# Zagadka matematyczna nr 2

**Jestem liczbą parzystą. Liczba moich dzielników naturalnych jest potęgą liczby całkowitej dodatniej. Można mnie przedstawić w postaci sumy kwadratów trzech różnych liczb całkowitych dodatnich tylko w jeden sposób. Zapisana na siedmiu bitach jestem palindromem. Znajdź mnie.**

**Rozwiązanie:**

Liczbą palindromiczną nazywamy liczbę naturalną, która czytana od prawej strony do lewej i od lewej do prawej daje tę samą liczbę. Z parzystości liczby wynika, że na ostatnim miejscu zapisu liczby musi wystąpić cyfra 0. Wobec tego liczba ta musi mieć zero również na pierwszym miejscu. W ten sposób otrzymujemy wszystkie możliwe liczby palindromiczne parzyste, które można zapisać na siedmiu bitach:

0000000
0001000
0010100
0100010
0011100
0101010
0111110

Zauważmy, że w zapisie dziesiętnym liczby te mają postać:

$$\begin{array}{rcl}
0000000 & = & 0 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 & = & 0 \\
0001000 & = & 0 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 & = & 8 \\
0010100 & = & 0 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 & = & 20 \\
0100010 & = & 0 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 & = & 34 \\
0011100 & = & 0 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 & = & 28 \\
0101010 & = & 0 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 & = & 42 \\
0111110 & = & 0 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 & = & 62
\end{array}$$

- Liczba 0 ma nieskończenie wiele dzielników naturalnych, więc nie spełnia warunków zadania.
- Liczby 20 i 28 mają po 6 dzielników naturalnych, ale 6 nie jest potęgą liczby całkowitej dodatniej.
- Liczby 8 i 34 mają po 4 dzielniki naturalne i $4 = 2^2$, ale żadna z tych liczb nie może być zapisana w postaci sumy kwadratów trzech różnych liczb całkowitych dodatnich.
- Liczba 62 ma 4 dzielniki naturalne i $4 = 2^2$, ale $62 = 1 + 25 + 36 = 1^2 + 5^2 + 6^2$, jak również $62 = 4 + 9 + 49 = 2^2 + 3^2 + 7^2$. Zatem liczba 62 nie spełnia warunku, że można ją przedstawić w postaci sumy kwadratów trzech różnych liczb całkowitych dodatnich tylko w jeden sposób.
- Liczba 42 ma 8 dzielników naturalnych i $8 = 2^3$. Ponadto $42 = 1 + 16 + 25 = 1^2 + 4^2 + 5^2$ i jest to jedyne możliwe (z dokładnością do kolejności składników) przedstawienie tej liczby w postaci sumy kwadratów trzech różnych liczb całkowitych dodatnich.

Zatem rozwiązaniem zagadki jest liczba 42.